# IMU 传播推导

## 1.IMU量测

我们使用6轴惯性测量单元（IMU）来测量模型的角速度和线加速度。其中IMU坐标系下的角速度用表示，IMU坐标系下的线加速度用表示。依据IMU的模型我们可以得到下面的两个公式：

 (1)

 (2)

这里，和是IMU坐标系（即系）下角速度与线加速度的真实值。和分别表示陀螺仪与加速度计的漂移。和均为高斯白噪声。指全局坐标系（即系）下的重力加速度。指把物理量从全局坐标系变换到IMU坐标系的旋转矩阵。

## 2.状态向量

时刻的状态向量如下式所示：

 (3)

这里是表示物理量从全局坐标系变换到IMU坐标系下的变换，用单位四元数的形式存储。表示IMU在全局坐标系下的位置。表示IMU在全局坐标系下的速度。为了定义IMU的状态误差，对位置，速度和漂移采用了标准的可加性误差定义。我们下面的四元数的误差量是乘在左边的。

 (4)

 (5)

这里表示的是旋转轴，表示的是旋转角。当旋转的角度很小的时候，我们可以做上述的近似。最后总的IMU状态误差向量定义为如下的的向量。

 (6)

## 3.IMU运动学

各个状态变量的导数如下所示：

 (7)

 （8）

 (9)

 (10)

 (11)

这里陀螺仪和加速度计的漂移均为随机游走误差，所以对时间的导数为高斯白噪声。注意，上述的关系式均是以真实的角速度与加速度来定义的。

## 4.连续时间条件下的IMU传播

若已知连续时间下角速度和线加速度以及他们的估计，，我们可以定义上述IMU运动学微分方程的解。微分方程形式如下：

 (12)

根据上式我们可得：

 (13)

两边求导得：

 (14)

如果是常量，则，因此，可通过下面推导求出：

 (15)

 (16)

两边积分得，

 (17)

 (18)







所以最终可得，

 (19)



当很小时，从到，近似为一个常量，那么四元数的传播公式为：

 (20)

另外，我们也可以通过积分求得速度与位移。

 (21)



 (22)



，也可以通过积分求得，

 (23)

 (24)

注：这里积分的噪声均为均值为0的高斯白噪声。

# 5.离散时间条件下的IMU传播

首先我们假设采样时间是恒定的，其次各量测在采样周期内保持恒定。下面直接给出在时间内，各个状态量的传播公式：

 (25)

 (26)

 (27)

 (28)

 (29)

## 6.离散时间条件下的状态误差传播